Vergleich verschiedener statistischer Analysen zur Ausschaltung von Bodeneinflüssen

K. Moder

Comparison of some different statistical analysis to eliminate soil effects

1. Einleitung

In der landwirtschaftlichen Versuchspraxis werden Feldversuche sehr häufig als Blockanlage oder in einer davon abgeleiteten Versuchsanlage wie Lateinisches Quadrat, Gitteranlage, unvollständige Blockanlage etc. angelegt. Die Auswertung der Versuchsergebnisse erfolgt dann in der Regel mit Hilfe der Varianzanalyse. Wie sich zeigt, wird dabei eine eventuell vorhandene systematische Trendkomponente z. B. des Bodens nur ungenügend erfaßt. Beginnend mit PAPADAKIS (1937) wurden daher verschiedene Methoden entwickelt, die diesen Mangel der klassischen Auswertung vermeiden sollten. Im wesentlichen werden dabei Informationen aus den benachbarten Parzellen zur Evaluierung des Bodeneffekts einer bestimmten Parzelle herangezogen. Methoden, die auf diesem Prinzip aufbauen, werden im allgemeinen unter dem Begriff „Nächstnachbar-Analyse" (bzw. „Nearest-Neighbour-Analysis") (NNA) zusammengefaßt.

Aus biometrischer Sicht ist deren Anwendung jedoch wegen

- Schwierigkeiten bei der Modellbildung,
- der mangelhaften Schätzung von Kovarianz und Varianz der Residuen,
- des Fehlens einer geeigneten Randomisationstheorie,

Summary

Two widely used nearest neighbour analysis are compared to block analysis and a special form of covariance analysis. With a simulation study the results of these different methods were evaluated. Levels of soil, error and factor effects varied in practical relevant sizes. A further distinction was made between the number of blocks and the number of variants per block.

Some relevant results of this study are given below:

- With high soil effects all alternatives to block analysis show more exact results then block analysis.
- In almost all situations covariance models are superior to other methods in concern to parameter estimation and hypothesis testing.
- Nearest neighbour methods are of little use for hypothesis testing.

Key words: Nearest neighbour analysis, analysis of covariance analysis, paramter estimation, hypothesis testing, simulation.

Zusammenfassung

Zwei häufig angewendete Nearest Neighbour Analysen wurden mit der Block- und einer speziellen Art von Kovarianzanalyse verglichen. Anhand einer Simulationsstudie erfolgte eine Bewertung der Ergebnisse dieser verschiedenen Methoden. Dabei variierten die Effekte von Boden-, Fehler- und Faktorwirkungen in praktisch relevanten Bereichen. Eine weitere Unterscheidung der Simulationsparameter betraf die Anzahl der Blöcke und deren Abstufungen.

Einige wichtige Ergebnisse dieser Studie sind:

- Bei großen Unterschieden zwischen den Bodeneffekten zeigen die alternativen Methoden bessere Ergebnisse als die Blockanalyse.
- Bezüglich der Parameterschätzung und Hypothesentest sind Kovarianzmodelle praktisch immer genauer als die anderen Verfahren.
- Nearest Neighbour Analysen sind für den Parametertest wenig geeignet.

Schlagworte: Nächstnachbar-Analysen, Blockanalyse, Kovarianzanalyse, Parameterschätzung, Hypothesentest.

- Komplikationen mit fehlenden Parzellenwerten sowie mit Ausreißern
- und des Fehlens von 2-dim. Versuchsplänen teilweise problematisch.

Neben der NNA kann ein Bodentrend auch mit Hilfe der klassischen Kovarianzanalyse berücksichtigt werden.

In dieser Arbeit werden der üblichen Blockanalyse zwei Arten von Nächstnachbar-Analysen sowie die Kovarianzanalyse gegenübergestellt. Anhand von Simulationen werden die Auswertungsmethoden hinsichtlich der Genauigkeit der Parameterschätzung und der relativen Effizienz des Hypothesentests verglichen.

2. Methoden

2.1 Blockanalyse

Der klassischen Analyse einer Blockanlage liegt folgendes lineares Modell zugrunde:

$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$

y_{ij} Beobachtung der i-ten Variante im j-ten Block
μ Mittlere Wirkung über alle Varianten und Blöcke
α_i Wirkung der i-ten Variante $i = 1, \ldots, n_i$
β_j Wirkung des j-ten Blocks $j = 1, \ldots, n_j$
e_{ij} Zufallskomponente bei der i-ten Variante im j-ten Block

Die Schätzung der Parameter und die Varianzanalyse erfolgt mit Hilfe der „Least-Squares"-Methode (LSQ-Methode).

Die Blockanlage unterstellt homogene Blöcke und eine zufällige Variation zwischen den Blöcken. Annahmen, die in der Praxis nur selten angetroffen werden.

2.2 Nächstnachbar-Analysen (NNA)

In der Zeit von 1970 bis 1990 wurden verschiedene neue Varianten der NNA entwickelt. Ein Vergleich einiger dieser Varianten findet sich bei ZIMMERMANN (1991), wobei je nach Situation verschiedene Methoden verschieden gute Ergebnisse liefern. Stellvertretend für andere NNAs wurden 2 Methoden herausgegriffen, nämlich:

1. Die Methode von PAPADAKIS in einer Modifikation von BARTLETT (1938). Dies ist die ursprünglichste Form der NNA (spezielle Varianten erlauben die Auswertung von zweidimensionalen Versuchsplänen).
2. Die Methode von BESAG und KEMPTON (1986). Sie zählt zu den relativ häufig zitierten Nächstnachbar-Analysen. Obwohl die Parzellen prinzipiell eindimensional angeordnet sein müssen, ist ein Vergleich mit der Blockanlage möglich, wenn man die Blöcke als nebeneinanderliegend auffaßt.

2.2.1 PAPADAKIS-Methode

Der NNA der PAPADAKIS-Methode liegt folgendes Modell zugrunde:

$y_{ij} = \mu + \alpha_i + b(x_{ij} - \bar{x}..) + e_{ij}$

b linearer Regressionsparameter
x_{ij} Kovariable bei der i-ten Variante im j-ten Block
e_{ij} Zufallskomponente bei der i-ten Variante im j-ten Block

Die Schätzung der Parameter erfolgt iterativ. Dazu ist die Berechnung einer Kovariablen der Form

$x_k = (e_{k-1} + e_{k+1})/2$

k Nummer der Parzelle in der Parzellenanordnung $k = 1, \ldots, n_k$
x_k Kovariable in der k-ten Parzelle
e_{k-1} Zufallskomponente in der k-1-ten Parzelle
e_{k+1} Zufallskomponente in der k+1-ten Parzelle

notwendig. (Die dargestellte Art der Erechnung von x_k unterstellt eine lineare Parzellenanordnung).

Aus den Fehlern einer Varianzanalyse für die x_{ij} und $x_{ij}y_{ij}$ wird ein Regressionskoeffizient zur Korrektur der Beobachtungen (y_{ij}) bestimmt (BORG, 1988). Die Iteration wird fortgesetzt, solange sich der Regressionskoeffizient wesentlich ändert.

2.2.2 First-Difference-Methode

Das Modell der First-Difference-Methode hat folgende Form:

$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \tau_{ij}$

τ_{ij} stochastische Trendkomponente der i-ten Variante in der j-ten Wiederholung

In diesem Modell setzen BESAG und KEMPTON (1986) voraus, daß Prüfgliedeffekte und stochastischer Bodentrend allen anderen Einflüssen deutlich überlegen sind. Aus der Differenz $y_k - y_{k+1}$ wird die Wirkung der Prüfglieder nach der LSQ-Methode bestimmt. Im Anschluß daran wird die stochastische Trendkomponente in Restvarianz und Bodeneinfluß zerlegt.

2.3 Kovarianzanalyse

Das Modell einer Kovarianzanalyse mit geeigneten Hilfsvariablen hat folgendes Aussehen:

$$y_{ij} = \beta_0 + \alpha_i + \sum_{l}^{n_l} \beta_l * x_k^l + e_{ij}$$

β_0 konstanter Regressionsterm
β_l Regressionsparameter von Grad l $\quad l = 1, \ldots, n_l$
x_k^l Hilfsvariable als unabhängige Größe vom Grad l für die k-te Parzelle

Als geeignete Werte für x_k können im einfachsten Fall die Parzellennummern verwendet werden. Dies führt zu einer Kovarianzanalyse mit den üblichen Regressionspolynomen. Oft erweisen sich jedoch – wegen einer höheren Flexibilität bei der Modellauswahl – Orthogonalpolynome als geeigneter.

Wie gezeigt werden kann (MODER, 1995), entspricht die Kovarianzanalyse mit maximal möglichem Grad des Regressionspolynoms der Blockanalyse.

3. Veranschaulichung der Methoden anhand eines Beispiels

Anhand eines konstruierten Datensatzes sollen die Unterschiede in den Methoden gezeigt werden. Es wurde eine lineare Parzellenanordung unterstellt, wobei die 3 Faktorabstufungen in 2 Blöcken angeordnet wurden. Rest-, Faktor-, und Bodeneffekte wurden mit einer Standardabweichung von 1 generiert. Die Bodenwirkung selbst entspricht einem Regressionspolynom 2. Grades. Wie die einzelnen Daten zustande kommen, ist in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Generierte Daten zur Demonstration der Auswertungsmethoden
Table 1: Data generated to demonstrate different types of analysis

Blocknr. (j)	1			2		
Hilfsvar. (x_k)	.5455	-.1091	-.4364	-.4364	-.1091	.5455
Parz.Nr. (k)	1	2	3	4	5	6
Variante (i)	1	2	3	1	3	2
μ	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00
e_{ij} bzw. e_k	1.35	-0.25	-0.80	0.80	-1.35	0.25
τ_{ij} bzw. τ_k	1.22	-0.24	-0.98	-0.98	-0.24	1.22
α_i	1.00	0.00	-1.00	1.00	-1.00	0.00
y_{ij} bzw. y_k	53.57	49.51	47.22	50.82	47.41	51.47

Die Auswertung nach dem Blockmodell führt zu folgenden Ergebnissen:

Tabelle 2: Varianzanalyse nach dem Blockmodell
Table 2: ANOVA with block model

Varianzurs.	*DF*	*SS*	*MS*	*F*	*Pr > F*
Variante	2	24.56	12.275	4.34	0.19
Block	1	0.06	0.060	0.02	0.90
Fehler	2	5.65	2.829		
Total	5	30.27			

Schätzwerte	
$\hat{\alpha}_1$	2.20
$\hat{\alpha}_2$	0.49
$\hat{\alpha}_3$	-2.69

$s^2(\hat{\alpha}_i - \alpha_i) = 2.26$

Wendet man auf dieselben Daten die Methode von PAPADAKIS an, ergeben sich Varianzanalyse und Schätzwerte für die Varianten mit:

Tabelle 3: Varianzanalyse nach der PAPADAKIS-Methode
Table 3: ANOVA with the method of PAPADAKIS

Varianzurs.	*DF*	*SS*	*MS*	*F*	*Pr > F*
Variante	2	28.89	14.457	7.65	0.25
Fehler	1	1.89	1.889		
Total	5	30.27			

Schätzwerte	
$\hat{\alpha}_1$	1.79
$\hat{\alpha}_2$	1.63
$\hat{\alpha}_3$	-3.42

$s^2(\hat{\alpha}_i - \alpha_i) = 4.5687$
im Verhältnis zur Blockanalyse: 2.029

Die Zahl der Freiheitsgrade für den Fehler wurde in Anlehnung an BARTLETT (1938) mit $n_i * (n_j - 1) - 2$ berechnet. Bei dieser Auswertung wurde nach 5 Iterationen keine weitere Änderung des Regressionskoeffizienten beobachtet. Die Anzahl der Iterationen liegt in den meisten Fällen zwischen 7 und 20. In speziellen Situationen zeigt der Regressionskoeffizient kein Konvergenzverhalten, sondern oszilliert zwischen mehreren Werten.

Die First-Difference-Methode liefert folgende Ergebnisse:

Tabelle 4: Varianzanalyse nach der First-Difference-Methode
Table 4: ANOVA table with First Difference Method

Varianzurs.	*DF*	*SS*	*MS*	*F*	*Pr > F*
Variante	2	19.72	9.862	3.66	0.16
Fehler	3	8.08	2.694		
Total	5	30.27			

Schätzwerte	
$\hat{\alpha}_1$	2.21
$\hat{\alpha}_2$	0.01
$\hat{\alpha}_3$	-2.22

$s^2(\hat{\alpha}_i - \alpha_i) = 1.4898$
im Verhältnis zur Blockanalyse: 0.661

Für die x_k bei der Auswertung nach dem Kovarianzmodell wurden die in der Tabelle 1 unter „Hilfsvar." angeführten Werte verwendet. Die angegebenen Zahlen unterstellen als „richtiges" Modell ein Kovarianzmodell mit einem orthogonalen Regressionskoeffizient zweiten Grades. (Die Verwendung von Orthogonalpolynomen führt in all jenen Fällen, bei denen der Bodentrend – wie hier – allein durch höhere Regressionsterme beschrieben werden kann, zu einem Gewinn an Freiheitsgraden für die Schätzung der Fehlervarianz und in der Folge zu einer gesteigerten Testeffizienz).

Tabelle 5: Kovarianzanalyse
Table 5: Analysis of covariance

Varianzurs.	*DF*	*SS*	*MS*	*F*	*Pr > F*
Variante	2	24.55	12.276	90.93	0.01
β_2	1	5.45	5.448	40.36	0.02
Fehler	2	0.27	0.135		
Total	5	30.27			

Schätzwerte	
$\hat{\alpha}_1$	2.05
$\hat{\alpha}_2$	-0.10
$\hat{\alpha}_3$	-1.95

$s^2(\hat{\alpha}_i - \alpha_i) = 1.0075$
im Verhältnis zur Blockanalyse: 0.447

Würde man die Blocknummer als unabhängige Variable betrachten, so wären die Ergebnisse der Blockanalyse und einer Kovarianzanalyse (mit einem linearen Regressionsterm) identisch.

Der Demonstrationsversuch macht deutlich, daß die verschiedenen Auswertungsmodelle im Einzelfall zu sehr verschiedenen Ergebnissen führen.

4. Simulation

Im Mittelpunkt der Datenanalyse steht entweder das Schätzen von Parametern oder der Hypothesentest, bisweilen auch beides. Dementsprechend wurden beide Aspekte in der Simulation berücksichtigt.

4.1 Datengenerierung für die Simulationsstudie

Bei der Generierung der Daten wurden folgende Einflußgrößen variiert:

1. Die Faktorwirkung konnte Werte zwischen 0–2.4 σ-Einheiten annehmen.
2. Die Wirkung des Bodens wurde als Polynom 2., 3. und 4. Grades generiert. Die Höhe dieses Effekts konnte die Werte 0.5, 1.0, 2.0 und 3.0 σ-Einheiten annehmen.
3. Der Zufallsfehler wurde mit 0.5, 1.0 und 2.0 σ-Einheiten festgelegt.

Um den Voraussetzungen von First-Differenz-Methode und der hier verwendeten PAPADAKIS-Methode gerecht zu werden, wurde den „Versuchen" eine lineare Parzellenanordnung zugrunde gelegt.

Eine Simulation umfaßte in der Regel 10000 Analysen von jedem der angeführten Modelle. Für jede einzelne dieser Analysen wurden sowohl Faktorwirkungen als auch Residuen mit der vorgegebenen Standardabweichung neu generiert.

Im Falle des Kovarianzmodells kann im realen Versuch nicht erkannt werden, welcher Grad des Polynoms sich am besten für die Analyse eignet. Es wurde daher ein Verfahren angewendet, das aus allen möglichen Kovarianzmodellen jenes auswählt, das die geringste Fehlerstreuung aufweist.

In den Simulationen wurden also neben dem Blockmodell und den zwei NNA-Modellen ein Kovarianzmodell mit optimalem Regressionspolynom und ein Kovarianzmodell mit der geringsten Fehlervarianz untersucht.

Weiters wurden zwei Situationen in Abhängigkeit von der Blockgröße unterschieden.

- Für kleine Blockgrößen (3–6 Varianten je Block) wurde die Zahl der Blöcke von 3 bis 6 variiert. Dabei wurde sowohl der Hypothesentest, als auch die Genauigkeit der Parameterschätzung evaluiert.
- Im Bereich der Pflanzenzüchtung treten oft Blockgrößen mit bis zu 50 (ev. auch mehr) Varianten des interessierenden Faktors auf. In Datensätzen mit 10 bis 50 Varianten pro Block und einer auf 2 beschränkten Blockanzahl sollte dieser Situation Rechnung getragen werden. Nachdem hier der globale Hypothesentest nur wenig Bedeutung hat, wurde auf eine Darstellung dieser Ergebnisse verzichtet.

Die Effizienz des Hypothesentests einer Methode bezüglich des Blockmodells errechnet sich in dieser Arbeit, indem die signifikanten Ergebnisse (α = 5 %) des speziellen Modells zu den Ergebnissen des Blockmodells ins Verhältnis gesetzt werden.

Um die Genauigkeit der Parameterschätzung zu bestimmen, wurde zuerst die Differenz zwischen vorgegebenen Parametern und zugehörigen Schätzwerten berechnet und die Varianz dieser Differenzen bestimmt. Der Quotient die-

ser Varianz zur entsprechenden Varianz aus dem Blockmodell bildet das Maß der Genauigkeit.

Die Simulationen wurden auf Pentium-Rechnern mit 100 bzw. 200 MH ausgeführt. Zur Erzeugung normalverteilter Zufallsgrößen wurde die ACR-Methode von HÖRMANN und DERFLINGER (1990) verwendet. Die notwendigen gleichverteilter Zufallszahlen lieferte der Zufallszahlengenerator RANMAR von MARSAGLIA (1987) mit einer Periodenlänge von $\approx 10^{30}$. Sämtliche Programme wurden in FORTRAN-90 geschrieben.

5. Simulationsergebnisse

5.1 Ergebnisse bei kleinen Blockgrößen

Bei kleiner Anzahl von Varianten je Block ist in vielen Fällen ein Signifikanztest der Globalhypothese ($\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots \alpha_{ni}$) von Interesse. Die in den folgenden Abbildungen auf der z-Achse dargestellte Größe der „Rel. Eff. Hyp.test" ist der Quotient von

$$\frac{\text{signifikante Ergebnisse des Faktors im Alternativmodell}}{\text{signifikante Ergebnisse des Faktors im Blockmodell}}$$

In Abbildung 1 wird diese relative Effizienz des Hypothesentests für unterschiedliche Anzahl von Blöcken und 3 Abstufungen je Block dargestellt.

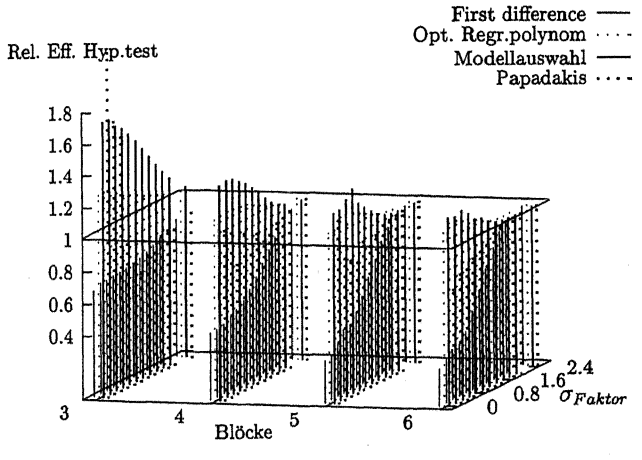

Abbildung 1: Effizienz des Hypothesentests für 3–6 Blöcke, 3 Varianten/Block und einem σ_{faktor} von 0–2.4 ($\sigma_e = 1$, $\sigma_{Boden} = 0.5$, Bodenwirkung: Polynom 2. Grades)

Figure 1: Efficiency of hypothesis test with 3–6 blocks, 3 levels/block, $\sigma_{factor} = 0$–2.4 ($\sigma_e = 1$, $\sigma_{soil} = 0.5$, soil effect: polynomial of degree 2)

Ziel des Hypothesentests ist es, Unterschiede in den Varianten möglichst rasch zu erkennen. Die relative Effizienz bezüglich der Blockanlage sollte hoch (> 1) sein. Wie man sieht, kann diese Forderung nur durch die 2 Methoden der Kovarianzanalyse erfüllt werden. Zwar zeigt die Methode von PAPADAKIS bei 3 Blöcken und einem $\sigma_{Faktor} = 0$ eine rel. Eff. von ≈ 2. Doch ist in dieser Situation eher ein kleiner Wert erwünscht, da bei keiner Wirkung des Faktors möglichst wenige bzw. max. α % viele signifikante Ergebnisse gefunden werden sollten. Das heißt, diese Methode hält die Irrtumswahrscheinlichkeit nicht (immer) ein. Ähnliches trifft auch für die Auswahl des Kovarianzmodells anhand der minimalen Restvarianz zu. Bei diesem Modell kann jedoch mittels Verfahren wie „Tree Structure Testing" (COMMENGES et al., 1989) oder dem „Abschlußtest"' von SCHILLER (1988) bzw. für ähnliche Situationen anhand einer Methode von ZHANG und WANG (1997) das Signifikanzniveau eingehalten werden. Für spezielle Anwendungen wurden vom Autor kritische Werte für die Modellauswahl bestimmt.

Wie aus Abbildung 1 ersichtlich, sind First-Difference- und PAPADAKIS-Methode am wenigsten für den Hypothesentest geeignet, sofern die Wirkung des Bodens gering ist. Die scheinbare Gleichheit aller Methoden bei einer hohen Bodenwirkung ergibt sich daraus, daß in jedem Fall der Faktor als signifikant erkannt wird.

Ein prinzipiell ähnliches Bild ergibt sich bei zunehmender Anzahl von Varianten/Block. In jedem Fall sind die NNAs den Kovarianzmodellen bzw. auch dem Blockmodell unterlegen.

In Abbildung 2 ist eine ähnliche Situation wie in Abbildung 1 dargestellt, allerdings mit deutlich höherem Bodeneinfluß.

Wie leicht zu erkennen ist, sind bei geringer Anzahl von Blöcken alle Alternativen dem Blockmodell überlegen, da die Inhomogenität innerhalb des Blocks vom Blockmodell nicht berücksichtigt wird. Für die dargestellte Situation eines Bodentrends als Polynom 2. Grades verliert jedoch diese Inhomogenität mit zunehmender Zahl an Blöcken immer mehr an Bedeutung, sodaß letztlich die Nearest Neighbour Analysen eine geringere Effizienz als das Blockmodell aufweisen. Die Kovarianzmodelle bleiben jedoch in jedem Fall besser bzw. zumindest gleich gut.

Bei der Anwendung von Nearest Neighbour Analysen ist man in erster Linie an den Parameterschätzern interessiert. Als Maß für die Genauigkeit der geschätzten Parameter (Genauig. Fakt.schätzung) wurde folgender Quotient berechnet:

$$\frac{s^2\,(\hat{\alpha}_i - \alpha_i)\ \text{Alternativmodell}}{s^2\,(\hat{\alpha}_i - \alpha_i)\ \text{Blockmodell}}$$

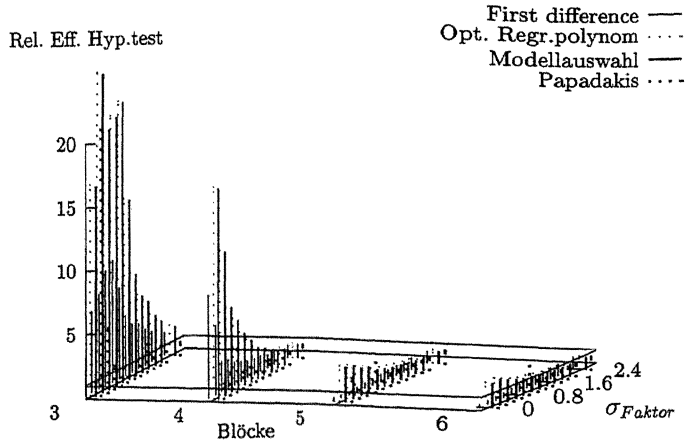

Abbildung 2: Effizienz des Hypothesentests für 3–6 Blöcke, 3 Varianten/Block und einem σ_{Faktor} von 0–2.4 (σ_e = 1, σ_{Boden} = 2.0, Bodenwirkung: Polynom 2. Grades)

Figure 2: Efficiency of hypothesis test with 3–6 blocks, 3 levels/ block, σ_e = 1, σ_{soil} = 2.0, soil effect: polynomial of degree 2)

Abbildung 3 zeigt diese Genauigkeit in Abhängigkeit von Blockgröße und Blockanzahl.

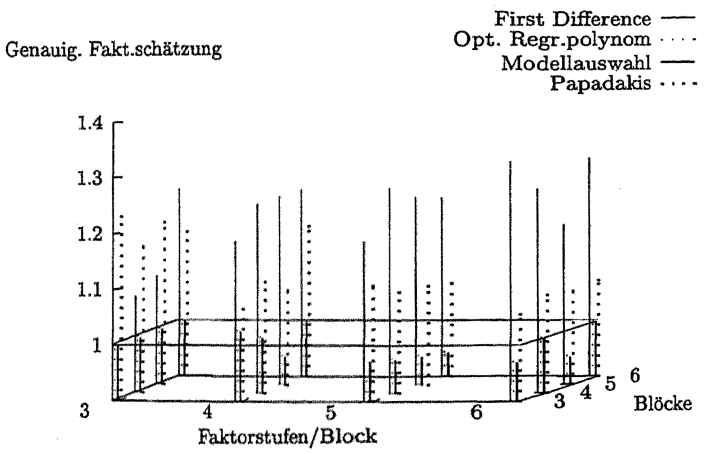

Abbildung 3: Genauigkeit der Parameterschätzung für 3-6 Blöcke und 3–6 Varianten/Block und einem σ_{faktor} von 0–2.4 (σ_e = 1, σ_{Boden} = 0.5, Bodenwirkung: Polynom 2. Grades)

Figure 3: Efficiency of param. est. with 3–6 blocks, 3 levels/block, σ_{factor} = 0–2.4 (σ_e = 1, σ_{soil} = 0.5, soil effect: polynomial of degree 2)

Im Sinn einer möglichst effizienten Parameterschätzung – bezogen auf die Blockanalyse – sollte das berechnete Genauigkeitsmaß < 1 sein. Wie aus Abbildung 3 ersichtlich, trifft dies weder für die First-Differenz-Methode noch für die Methode von PAPADAKIS zu. Bei beiden Arten von Kovarianzanalysen ist diese Forderung jedoch praktisch immer erfüllt.

Bei sonst gleichen Vorgaben wurde die Standardabweichung der Bodenwirkung um das Vierfache erhöht. In diesem Fall trifft eine Voraussetzung der Blockanalyse – die Existenz von homogenen Blöcken – nicht mehr zu. In Abbildung 4 sind die Simulationsergebnisse für diese Situation dargestellt.

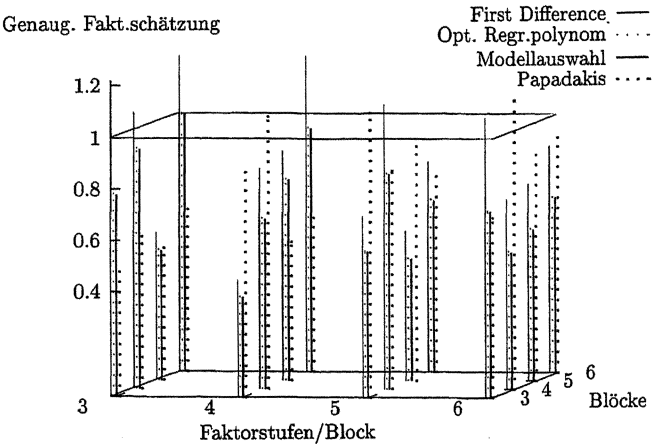

Abbildung 4: Genauigkeit der Parameterschätzung für 3–6 Blöcke und 3–6 Varianten/Block und einem σ_{faktor} von 0–2.4 (σ_e = 1, σ_{Boden} = 2.0, Bodenwirkung: Polynom 2. Grades)

Figure 4: Efficiency of param. est. with 3–6 blocks, 3 levels/block, σ_{factor} = 0–2.4 (σ_e = 1, σ_{soil} = 2.0, soil effect: polynomial of degree 2)

Wie man aus Abbildung 4 erkennen kann, sind bei einer hohen Bodenwirkung die alternativen Verfahren der Blockanalyse zumeist überlegen. In einigen Situationen werden jedoch die Parameter von der First-Difference-Methode bzw. der PAPADAKIS-Methode wenig genau geschätzt. Die Ergebnisse für die Kovarianzanalysen sind praktisch immer besser als die der Blockanlage.

Die Höhe der Faktorwirkung hat auf die Genauigkeit der Parameterschätzung keinen Einfluß und wurde daher in den Abbildungen nicht näher angegeben.

5.2 Ergebnisse für eine große Anzahl von Varianten/Block

In der Pflanzenzüchtung werden sehr oft viele Varianten eines Faktors untersucht. Häufig treten hier Blockgrößen mit bis zu 50, ev. auch mit mehr Varianten auf. Die Anzahl der Blöcke ist naturgemäß gering (2 – max. 4). Ziel ist eine möglichst genaue Schätzung der zugrundeliegenden Varianten (z. B. verschiedene Sorten). In den Simulationen

wurden daher die Varianten/Block zwischen 10 und 50 variiert. Die Blockanzahl wurde mit 2 festgelegt. Die Wirkung der Zufallskomponente lag im Bereich von 1.0 bis 2.0. Der Bodentrend wurde als polynomiale Regression 2. und 4. Grades generiert, um der größeren Ausdehnung des Versuchs durch eine differenzierte Ausprägung des Bodens Rechnung zu tragen. Auf die Darstellung des Hypothesentests wird verzichtet, da er im allgemeinen in der beschriebenen Situation wenig Bedeutung hat.

In Abbildung 5 wird der Einfluß der Blockgröße mit der Wirkung des Bodens in Beziehung gesetzt.

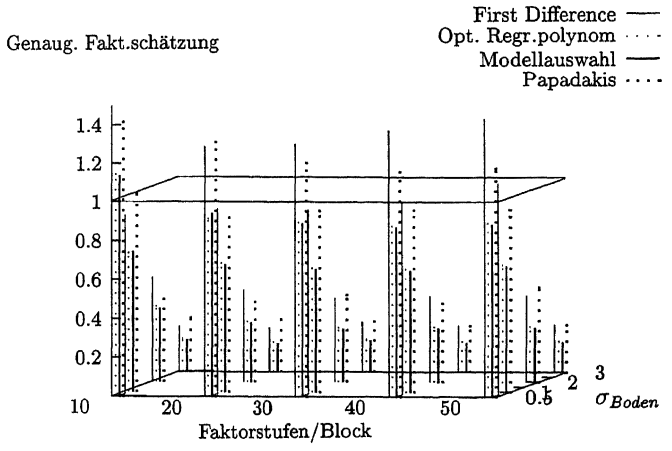

Abbildung 5: Genauigkeit der Parameterschätzung für 2 Blöcke und 10–50 Varianten/Block (σ_e = 1.0, Bodenwirkung: Polynom 2. Grades)

Figure 5: Efficiency of param. est. with 2 blocks, 10–50 levels/block (σ_e = 1.0, soil effect: polynomial of degree 2)

Wie schon aus Abbildung 3 und 4 ersichtlich, sind die alternativen Verfahren der Blockanalyse umso mehr überlegen, je stärker der Boden wirkt. Bei geringer Bodenwirkung im Vergleich zum Zufallseinfluß zeigen die beiden Verfahren der NNA schlechtere Ergebnisse als die Blockanalyse.

In den vorhergehenden Abbildungen wurde der Bodeneinfluß mittels einer polynomialen Regression 2. Grades modelliert. Mit zunehmender Blockgröße ist mit steigenden Bodeneinflüssen zu rechnen. In den folgenden Abbildungen wurde daher der Bodentrend als eine polynomiale Regression 4. Grades generiert.

In Abbildung 6 wurden mit Ausnahme der Bodenwirkung dieselben Parameter wie in Abbildung 5 unterstellt.

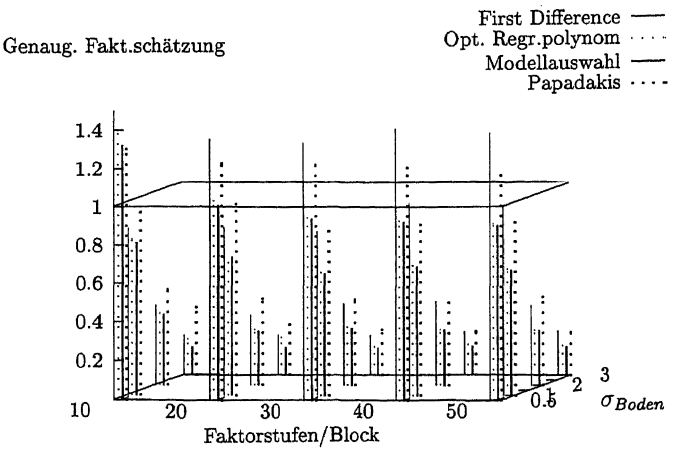

Abbildung 6: Genauigkeit der Parameterschätzung für 2 Blöcke und 10–50 Varianten/Block (σ_e = 1, Bodenwirkung: Polynom 4. Grades)

Figure 6: Efficiency of param. est. with 2 blocks, 10–50 levels/block (σ_e = 1, soil effect: polynomial of degree 4)

Die Ergebnisse der Abbildung 6 sind mit denen der Abbildung 5 vergleichbar. Die Abweichungen liegen in der überwiegenden Anzahl der Fälle im Bereich von 5 %. Das heißt: Die Genauigkeit der Faktorschätzung hängt weniger von der Art sondern in erster Linie von der Höhe der Bodenwirkung ab.

Mit größer werdender Anzahl von polynomialen Regressionstermen wird die Rechengenauigkeit immer wichtiger, weil die Kovariable entsprechend potenziert werden muß. Bei den in der Simulation verwendeten FORTRAN-Programmen konnten (bei doppelt genauer Zahlendarstellung) Orthogonalpolynome bis zum Grad 5 problemlos verwendet werden. Damit findet man in den meisten Versuchen das Auslangen. In Programmpaketen wie SAS können Polynome bis zum Grad 12 angepaßt werden.

In den Abbildungen 1–6 wurde die Zufallskomponente (σ_e) jeweils mit einer Standardabweichung von 1 angenommen. In Abbildung 7 wird dieser Wert mit 2 festgelegt, wobei alle anderen Größen mit denen der Tabelle 6 ident sind.

Der Vergleich von Abbildung 6 und 7 macht deutlich, daß der Zufallseinfluß die Genauigkeit der Parameterschätzung im Vergleich zur Blockanalyse wesentlich beeinflußt. Mit zunehmender Größe der Fehler sinkt die Zuverlässigkeit der Schätzung aus den Alternativmethoden gegenüber der Blockanalyse.

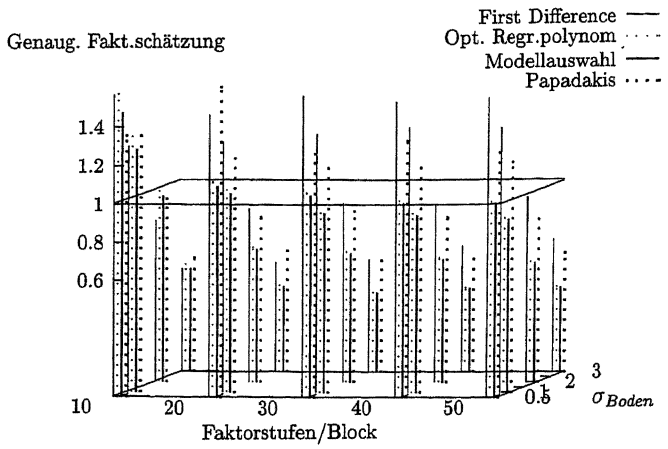

Abbildung 7: Genauigkeit der Parameterschätzung für 2 Blöcke und 10–50 Varianten/Block ($\sigma_e = 2$, Bodenwirkung: Polynom 4. Grades)

Figure 7: Efficiency of param. est. with 2 blocks, 10–50 levels/block ($\sigma_e = 2$, soil effect: polynomial of degree 4)

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden 2 Verfahren der Nachbarschaftsanalyse und 2 verschiedene Varianten einer Kovarianzanalyse der klassischen Auswertung einer Blockanlage gegenübergestellt. Für die zwei untersuchten Situationen von kleinen und großen Blockumfängen läßt sich zusammenfassend folgendes Resümee ziehen:

1. Für kleine Anzahl von Varianten pro Block gilt:
   - Die Methode von PAPADAKIS ist der First Difference Methode aus der Sicht der Parameterschätzung in sehr vielen Fällen überlegen.
   - Die Kovarianzanalyse mit einer Modellauswahl aufgrund der kleinsten Restvarianz ist hinsichtlich der Genauigkeit der Parameterschätzung praktisch ident mit dem „richtigen" Modell.
   - Die Parameterschätzung aus dem Kovarianzmodell übertrifft bezüglich der Genauigkeit die Schätzung aus der NNA.
   - Nachbarschaftsanalysen sind zum Hypothesentest eher ungeeignet.
   - Kovarianzmodelle übertreffen die Blockanalyse bezüglich der Effizienz des Hypothesentests.
2. Für große Anzahl von Varianten pro Block gilt:
   - Die Methode von PAPADAKIS ist der First Difference Methode hinsichtlich der Parameterschätzung zumindest ebenbürtig.
   - Es gibt praktisch keine Situation, in der ein Kovarianzmodell nicht zu einer besseren, zumindest aber gleichwertigen Genauigkeit der Parameterschätzung führt, als bei der NNA.

Die Simulationsergebnisse machen deutlich, daß die Höhe des Bodeneffekts jene Größe ist, die den meisten Einfluß auf jede Art von Ergebnissen nimmt. Es zeigt sich, daß die Nearest Neighbour Analysen nur im Fall einer relativ hohen Bodenwirkung der Blockanalyse bezüglich der Parameterschätzung überlegen ist. Eine hohe Zufallsstreuung verschlechtert die Ergebnisse der Alternativmodelle gegenüber der Blockanalyse.

Obwohl diese Arbeit nur auf 2 Methoden der NNA näher eingeht, scheinen die Ergebnisse aufgrund der Analysen von ZIMMERMANN (1991) in gewissem Maß auch auf andere Arten von Nachbarschaftsanalysen übertragbar.

In Summe scheint eine Kovarianzanalyse, bei der das Modell aufgrund der kleinsten Restvarianz ausgewählt wird, einerseits gut geeignet, um Hypothesen zu testen, andererseits auch um Parameter zu schätzen.

Literatur

BARTLETT, M. S. (1938): The approximate recovery of information from field experiments with large blocks. Journal of Agricultural Sience, 28, 418–427.

BESAG, J. E. and R. A. KEMPTON (1986): Statistical analysis of field experiments using neighbouring plots. Biometrics, 42, 231–251.

COMMENGES, D., J. F. DARTIGUES, P. PEYTOUR, E. PUYMIRAT, P. HENRY and M. GAGNON (1989): A strategy for analyzing multiple risk factors with application to cervical pain syndrome. Methods of Information in Medicine, 28, 14–19.

BORG, H. H. (1988): Vergleich von Methoden der Nachbarschaftsanalysen (Nearest Neighbour Analysis) mit der Varianzanalyse von vollständigen und unvollständigen Blockanlagen. Dissertation, Martin-Luther-Universität, Halle-Wittenberg.

HÖRMANN, W. and G. DERFLINGER (1990): The ACR method for generating normal random variables. OR Spektrum, 181–185.

MARSAGLIA, G. (1987): Random number generator RANMAR. Florida State University Report: FSU-SCRI, 87–50.

MODER, K. (1995): Enhancing Test Efficiency of Block Designs using Regression Polynomials. Statistical Theory and Application, 28–30.

PAPADAKIS, J. S. (1937): Méthode statistique pour des expériences sur champ. Bulletin de l' Institut d' Amélioration des Plantes à Salonique, No. 23.

SCHILLER, K. (1988): Der Abschlußtest zur Unterstützung bei der Modellauswahl log-linearer Modelle. In: BAUER, P., G. HOMMEL und E. SONNEMANN (Hrsg.): Multiple Hypothesenprüfung. Symposium Gerolstein 1987, Springer, Berlin, 117–189.

ZHANG, J. and X. WANG (1997): Selecting the Best Regression equation via the *P*-value of *F*-test. Metrika, 46, 33–40.

ZIMMERMAN, D. L. (1991): A Random Field Approach to the Analysis of Field-Plot Experiments and Other Spatial Experiments. Biometrics, 47, 223–239.

Anschrift des Verfassers

Dipl.-Ing. Dr. Karl Moder, Institut für Mathematik und Angewandte Statistik, Abteilung für Angewandte Statistik und EDV, Universität für Bodenkultur, Max-Emanuelstraße 17, A-1180 Wien.

Eingelangt am 2. Oktober 1997
Angenommen am 14. November 1997